

Recenzja pracy doktorskiej Pana mgra Jacka Aleksandra Grucy:

„Solving two-level optimization problems related to Bell's theorem”

Recenzja wykonana na zamówienie Dziekana Wydziału Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego, prof. dra hab. Piotra Bojarskiego w związku z powołaniem mnie (tj. prof. dra hab. Romana Gieleraka- autor poniższej recenzji) na recenzenta w interdyscyplinarnym przewodzie doktorskim Pana mgra inż. Jacka Grucy prowadzonym przez Radę Naukową Instytutu Informatyki Teoretycznej i Stosowanej Polskiej Akademii Nauk w Gliwicach wspólnie z Wydziałem MFI Uniwersytetu Gdańskiego.

@1. Problematyka rozprawy i jej istotność .

Przedstawiona rozprawa doktorska dotyczy ważnych zagadnień związanych z analizą rdzenie kwantowych własności stanów kwantowych wieloczęściowych układów , skończenie wymiarowych . To właśnie inżynieria kwantowych stanów , zarówno w obszarze sprzętowych ich implementacji (q-hardware technology) jak i sterowanie ich zachowaniami (q-software technology) jest jednym z najważniejszych, ciągle analizowanych i testowanych elementów, konstruowanych obecnie nowych technologii obliczeniowych i nowych technologii cyber-bezpieczeństwa(technologii bazujących na niespotykanych (w kontraście do klasycznych technologii stosowanych dzisiaj w IT)zjawiskach i właściwościach stricte kwantowych) .W ostatnich kilku latach nastąpiło znaczne ożywienie, jeżeli chodzi o próby stworzenia pełno-skalowego q-hardwaru . Jest to związane z przystąpieniem do tego rodzaju projektów czołowych firm z zakresu IT takich jak np. : Google, Microsoft, IBM, Rigetti i wielu innych. Na dzień dzisiejszy istnieje wiele prototypowych konstrukcji mało-skalowych, hybrydowych klasyczno-kwantowych komputerów, ale i tak będących już poza zasięgiem (w sensie możliwości symulowania ich aktywności na komputerach klasycznych)maszyn klasycznych (tzw. Q_Supremacy efekt).

Podstawowym zagadnieniem którym się zajmuje Autor recenzowanej rozprawy są obliczenia numeryczne (wykonywane za pomocą specjalnie do tego celu utworzonego silnika obliczeniowego o nazwie STEAM-ROLLER2) pewnej miary niekwantowości zadanego stanu (kwantowego) opisującego układ kwantowy złożony z wielu części i w oparciu o informacje pozyskane w wyniku pomiarów kwantowo mechanicznych, wykonanych lokalnie na badanym układzie - a dokładnie na stanie w którym dany układ się znajduje . Dane pozyskane w wyniku pomiarów lokalnych określa się mianem Zachowania (luźny przekład słowa Behaviour) Układu. Jednym z najważniejszych aspektów Zachowań ściśle kwantowych jest specyficzne (tzw. Nierówności korelacyjne Bella) zachowanie się korelacji wyników lokalnych pomiarów na układach wieloczęściowych znajdujących się w stanach splątanych .Splątanie kwantowe Jest niewątpliwie jednym z najważniejszych zasobów stricte kwantowych wszystkich technologii przetwarzania kwantowego .Matematyczna analiza splątań kwantowych jest intensywnie rozwijana od wielu lat ,ale wydaje się być ciągle daleka od zakończenia (zwłaszcza w obszarze splątań w układach wieloczęściowych).

Zagadnienie związane z odróżnieniem stanów klasycznych od stanów stricte kwantowych różnych układów fizycznych pojawia się od dawna w fizyce w różnych sytuacjach i wątkach , i jest często dyskutowane na przykładzie różnych układów oraz przy użyciu różnego rodzaju modeli matematycznych. Procesy przechodzenia układu ze stanu, który można nazwać stanem kwantowym do stanu klasycznego (i odwrotnie) są ciągle jednymi z fundamentalnych zagadek teorii kwantowej a badania nad tymi procesami w dalszym ciągu są dalekie od swojego zakończenia .Zagadnienia te są w istocie bardzo złożone, wielowątkowe a wyniki tych badań znacznie rozproszone w literaturze.

Pierwsze , w pełni matematyczne poprawne podejście do tego typu zagadnień pochodzi od klasycznego wyniku von Neumanna dotyczącego uogólnienia klasycznego aparatu 0-1 predykatów z

poziomu klasycznego (klasyczne algebry Boola) na poziom kwantowego rachunku co zaowocowało odkryciem niekomutatywnych algebr Boola (tzw Krat Ortomodularnych lub równoważnie Logik Kwantowych).Pomiary predykatów są wykonywane w tym modelu globalnie na układzie , a słynna relacja nieoznaczoności Heisenberga może być interpretowana jako niekomutatywność algebry pomiarów czyli niekomutatywność podstawowych algebr obserwabli, co widać wyraźnie na bazie twierdzenia Gleasona. Wydaje się , że pierwszym badaczem który rozpoczął systematyczną analizę związaną z algebra kwantowych predykatów binarnych, ale o strukturze lokalnej dla układów wieloczęściowych był Bell , który sformułował pewne nierówności korelacyjne dla przypadku 2-2-2 (dwa układy kubitowe , na każdym kubicie jest wykonywany pomiar dwóch niekomutujących predykatów binarnych , a Zachowanie jest opisane wektorami probabilistycznymi w 16d przestrzeni rzeczywistej).Chociaż predykaty kwantowe mierzone na oddzielnych kubitach komutują ze sobą to jednak pary lokalnych predykatów są parami niekomutującymi (w ogólności) co prowadzi do nieistnienia (w ogólności) łącznego rozkładu prawdopodobieństwa dla niekomutatywnego układu predykatów (nieistnienie łącznej miary spektralnej dla układu niekomutujących obserwabli) co wydaje się być istotnym przyczynkiem do zrozumienia łamania nierówności korelacyjnych Bella dla stanów kwantowych (splatanych np.).

Dla ustalonego układu wieloczęściowego Q i ustalonego scenariusza pomiarów $LM(Q)$ lokalnych (tzn. wyboru lokalnych obserwabli) odpowiednia macierz M_q Zachowań jest oczywiście zależna od stanu globalnego q badanego układu, a zbiór takich Zachowań badanego układu, otrzymany dla dowolnych jego stanów kwantowych tworzy wypukły , nieliniowy zbiór (w odpowiedniej przestrzeni euklidesowej) , oznaczony jako $M_{Q,LM(Q)}$ którego wypukłym podzbiorem o geometrii wielościanu jest zbiór $M_B(Q, LM(Q))$, tzw. zachowań quasi- klasycznych, czyli spełniających warunki lokalnego realizmu (warunki LHV) i nazywany wielościanem Bella . Biorąc zatem dowolny stan kwantowy q możemy mówić , że stan ten jest nieklasyczny jeżeli jego Macierz Zachowań M_q znajduje na zewnątrz wielościanu Bella M_B . Przykładem stanu klasycznego jest tzw .klasyczny Biały Szum, którego macierz korelacji (zachowań) oznaczmy jako N , a macierz Zachowań analizowanego układu w zadanym stanie q oznaczmy jako M_q . Ponieważ zbiór wszystkich Zachowań M_q jest wypukły, to odcinek łączący N z M_q jest całkowicie zawarty w zbiorze Zachowań kwantowych M_q . Odcinek ten można przedstawić równaniem

$$O_q = \{ (1-z) * N + z M_q, z \in [0,1] \}$$

I chociaż nie znamy (w ogólności) dokładnie równań opisujących ściany (tzw. nierówności Bella) wielościanu Bella to odcinek O_q przecina odpowiednią ścianę wielościanu Bella , o ile oczywiście punkt M_q znajduje się na zewnątrz wielościanu M_B . Analizowana , za pomocą narzędzi komputerowych miara nieklasyczności stanu q (przy ustalonym scenariuszu $LM(Q)$) jest określona jako minimalna wartość parametru z , przy której macierz $(1-z) * N + z M_q$ opuszcza wnętrze wielościanu Bella. Jeżeli ta (w określonym sensie , patrz poniżej) wartość z (ograniczona do przedziału $[0,1]$) nie istnieje to oczywiście wyciągamy wniosek że dany stan q w analizowanej aranżacji (dobór obserwabli lokalnych) lokalnych pomiarów zachowuje się jak stan quasi-klasyczny (spełnia warunki Bella (warunki LHV)).Pomysł określenia miary nieklasyczności stanu kwantowego jako jego odporności na zaszumianie jego macierzy korelacji pojawiła się po raz pierwszy (wydaje mi się) w pracy:

Kaszlikowski, D., Gnacinski, P., Zukowski, M., Miklaszewski, W and Zeillinger: „Violations of local realism by two entangled n-dimensional systems are stronger than for two qubits”, In Phys. Rev. Lett. 85 (21 2000-11)

Warto podkreślić że właśnie zagadnienia dotyczące łamania nierówności Bella stanowią fundament teoretyczny takich zastosowań technologii kwantowych jak : (certyfikacja) i generacja lepszych losowości przez użycie Kwantowych Generatorów Liczb Losowych, czy też w takich problemach komunikacji klasycznej jak zwiększenie poziomu bezpieczeństwa implementacji

protokołów transferu kluczy w kanałach kwantowych , tzw. (Semi)-Device Independent QKD protokoły.

Zagadnienie znajdowania minimalnej wartości parametru λ dla której stan przestaje spełniać warunki Bella można sformułować jako klasyczne zadanie z obszaru Liniowego Programowania (LP), dziedziny algorytmiki numerycznej rozwijanej od kilkudziesięciu lat i stosowanej powszechnie do rozwiązywania wielu zadań związanych z optymalizacją liniową i wypukłą. Główny wkład pana mgra Jacka Grucy do przedstawionej rozprawy ,główne wyniki której zostały osiągnięte we współpracy z kilkunastoma innymi badaczami to przygotowanie, w oparciu o dobrze znane i ogólnie dostępne biblioteki specjalizowanego (wraz z nowatorskim ulepszeniem modułu LP silnika) narzędzia komputerowego o nazwie STEAM-ROLLER 2 z pomocą którego możliwe było uzyskanie wszystkich wyników obliczeń numerycznych związanych z zagadnieniem łamania warunków LHV Bella w wielokudytowych układach kwantowych. Przygotowana aplikacja STEAM-ROLLER2 zawiera specjalizowane narzędzia do przeprowadzania obliczeń numerycznych widzialności krytycznych różnych kwantowych scenariuszy pomiarowych , limitowany jedynie mocami obliczeniowymi (klasycznymi) i stanowi interesujący oraz przydatny przyczynek do technologii obliczeniowych (klasycznych) niezbędnych do rozwiązywania odpowiednich zadań optymalizacji liniowej (głównie) pojawiających się w analizie łamania warunków Bella LHV. Tak zdefiniowana miara nieklasyczności stanu kwantowego zależy w bardzo istotny sposób od konkretnej implementacji określonego scenariusza pomiarów czyli elementów zbioru $LM(Q)$. Ażeby zdefiniować miarę nieklasyczności niezależnie od implementacji danego scenariusza należy dokonać wyznaczenia maksymalnej wartości widzialności krytycznej po przestrzeni możliwych implementacji danego scenariusza pomiarów lokalnych. To zadanie może być sformułowane jako zadanie nieliniowej , niewypukłej optymalizacji z nieróżniczkowalną funkcją celu . Dlatego w konstrukcji silnika STEAM-ROLLER niezbędne było zbudowanie drugiego modułu służącego do rozwiązania tego zadania .Liczne, udane zastosowania silnika STEAM-ROLLER 2 do wyznaczenia tak zdefiniowanej miary nieklasyczności wybranych, mocno splątanych , czystych stanów dla małych układów quditowych pokazują niezbicie że ten silnik obliczeniowy pracuje poprawnie a jego zastosowania przynoszą szereg bardzo ciekawych wyników .

Z wyżej opisanych powodów uważam że problematyka rozprawy jest niezwykle interesująca i aktualna z punktu widzenia informatyki kwantowej ,a skonstruowany silnik obliczeniowy STEAM-ROLLER2, mimo wielu swoich niedoskonałości (patrz uwagi poniżej) może stać się źródłem wielu pionierskich i ważnych odkryć w dziedzinie dla której potrzeb został zbudowany.

@2.Główne rezultaty rozprawy.

Rozprawa nie stanowi jednorodnego dokumentu i jej wyniki (czyli wyniki uzyskane przez pana Grucę są rozproszone w następujących, przedstawionych poniżej 4 artykułach naukowych, opracowanych i opublikowanych we współpracy z szeregiem innych badaczy.

Przejdę teraz do syntetycznego omówienia głównych wyników uzyskanych w dostarczonych artykułach wraz z próbą wyselekcjonowania wkładu pana Grucy do nich.

GR1.

*Nonclassicality thresholds for multiqubit states: Numerical analysis ;Jacek Gruca, Wiesław Laskowski, Marek Żukowski, Nikolai Kiesel, Witlef Wieczorek, Christian Schmid, and Harald Weinfurter
PHYSICAL REVIEW A 82, 012118 (2010)*

Rozważane są różne , małe układy qubitowe znajdujące się w pewnych , wybranych , czystych stanach kwantowych o których wiadomo , że ich poziom splątania jest bardzo duży , a w niektórych przypadkach nawet maksymalnie duży . W przypadku dwukudytowych układów poziom splątania

stanów czystych można obliczyć za pomocą rozkładu Schmidta dwukubitowych i w oparciu o znane miary splątania dla stanów czystych. W przypadku układów multiqubitowych można przyjąć rezultaty dotyczące sortowania poziomu splątania dla stanów czystych za pomocą relacji typu (S)LOCC. Rozważane są różne scenariusze kwantowych pomiarów obserwabli typu 0-1. Zadanie obliczenia krytycznej wartości z (jak wyżej) zostało sformułowane jako zadanie klasy LP. Przy użyciu (standardowego algorytmu, Simplex Algorithm) standardowego pakietu numerycznego GNU Linear Programming Kit v.4.31 (po poprawkach Danziga) uzyskuje się wartość numeryczna widzialności krytycznej. Teraz, biorąc pod uwagę, iż każda obserwabla typu 0-1 może być zapisana parametrycznie w terminach kątów Eulera (3d różnorodność grupowa grupy Liego $U(2)$) dokonuje się nieliniowej maksymalizacji otrzymanej wartości widzialności krytycznej po parametrach kątowych przy użyciu narzędzi pakietu SCIPY (więcej o tym poniżej).

GR2.

Nonclassicality of pure two-qutrit entangled states
Jacek Gruca, Wiesław Laskowski, and Marek Żukowski
PHYSICAL REVIEW A 85, 022118 (2012)

W tym artykule analizowane są głównie układy dwukubitowe znajdujące się w czystych stanach splątanych. Poziom splątania w takich układach można określić za pomocą odpowiedniego rozkładu Schmidta. Przez użycie metod programowania liniowego, jak w przypadku artykułu GR1, dla szeregu często pojawiających się w literaturze, mocno splątanych stanów dwukubitowych oblicza się z pomocą STEAM-ROLLER2 numerycznie wartość krytyczną widzialności. Najważniejszy wynik tej pracy to interesujące obserwacje dotyczące odporności splątania kwantowo-mechanicznego (czyli poziomu łamania nierówności Bella) w takich układach na zaszumienie ich Białym Szumem. Lokalne obserwabli 0-1 w takich układach mogą być indeksowane za pomocą elementów 8d wymiarowej grupy unitarnej $U(3)$. Zadanie optymalizacji nieliniowej należy formułować na iloczynach tensorowych odpowiednich lokalnych grup unitarnych $U(3)$. Nieoczekiwany rezultat tych badań to obserwacja, że w przypadku układów dwukubitowych i scenariusza pomiarowego (3,2,2) krytyczna wartość widzialności nie jest monotoniczną funkcją poziomu splątania analizowanego stanu. Ta obserwacja została częściowo potwierdzona w analizie układów dwuczęściowych o wyższym spinie oraz w przypadku innych scenariuszy pomiaru na większych układach qubitowych.

GR3.

Solving large-scale optimization problems related to Bell's Theorem, Jacek Gondzio, Jacek A. Gruca, J.A. Julian Hall, Wiesław Laskowski, Marek Żukowski
Journal of Computational and Applied Mathematics 263 (2014) 392–404

Praca ta zawiera opis ulepszenia starszej wersji modułu LP silnika STEAM-ROLLER2 poprzez zastąpienie metody sympleksowej, (zaimplementowanej w nim we wcześniejszych jego wersjach) poprzez pewną wersję algorytmu typu Interior Point Method (IPM). Przeprowadzono i pokazano ich wyniki, testy wydajnościowe zmodyfikowanego modułu LP w porównaniu ze starszą wersją. Podany też został, dydaktycznie orientowany na niespecjalistów, wstęp do zagadnień dotyczących nierówności korelacyjnych Bella. W szczególności, pokazano jak sformułować specyficzne zadania ich dotyczące w języku zadań Programowania Liniowego. W paragrafie 5 tej pracy sformułowano pewne ulepszenie standardowych, sympleksowych metod LP przez użycie pewnej, nowej wersji metody IPM (interior-point-method) wymyślonej przez jednego z Autorów (J. Gondzio) tej pracy. Na licznych przykładach porównano sformułowaną wersję IPM w z wcześniej użytymi metodami sympleksowymi które pokazują, że dzięki tej nowej implementacji moduł LP STEAM-ROLLER2 związany z częścią LP-zadań zyskał wyraźnie na efektywności.

Q(1) *W jakiej wersji jest przekazywana funkcja widzialności krytycznej do modułu związanego z zastosowaniem metody DKS- czy w postaci wzoru analitycznego (jak to policzyć?) czy też dyskretnego zbioru wartości jej, obliczonego na bazie jakiejś dyskretyzacji (jakiej?) przestrzeni jej parametrów (czyli różnorodności grupowych związanych z parametryzacją obserwabli lokalnych)? Jeżeli funkcja widzialności krytycznej jest przekazana na jakimś skeletonie różnorodności parametrów opisujących obserwabli to jak to wpływa na jakość obliczeń? i skąd wynika, że wyznaczenie*

maksymalnej wartości widzialności krytycznych nie zależy od triangulacji przestrzeni parametrów obserwabli?

GR4.

Multipartite nonlocality and random measurements ,*Anna de Rosier, Jacek Gruca, Fernando Parisio, Tamas Vertesi and Wiesław Laskowski*
Published In : Physical Review A 96, 012101(2017)

W tej pracy sa analizowane układy N-qubitowe i N-kutritowe i ogólne scenariusze pomiarów lokalnych .W przypadku układów qubitowych odpowiednie obserwable można indeksować elementami grupy unitarnej $U(2)$ której 3d rozmaitość można sparametryzować np. kątami Eulera , a w przypadku grupy $U(3)$, chociaż przestrzeń grupowa jest wtedy ośmio-wymiarowa to także można znaleźć proste jej parametryzacje .W tej pracy próbuje się określić , dla ustalonego stanu czystego Q dla wybranego układu i wybranego scenariusza lokalnych pomiarów jak wyżej prawdopodobieństwo łamania warunków LHV przez ten stan (czyli łamania odpowiednich nierówności Bella) . Prawdopodobieństwo to jest określone przez oszacowania statystyczne , bazujące na częstości łamania LHV , a próbkowanie konkretnych pomiarów mierzone jest za pomocą miar Haara na odpowiednich, lokalnych grupach unitarnych. Zadanie łamania warunków Bella dla wybranego stanu Q i wylosowanego , szczegółowego scenariusza lokalnych pomiarów można sformułować w terminach zadań klasy LP i jest rozwiązywane dla wielu szczególnych przypadków za pomocą narzędzia STEAM-ROLLER2. Uzyskano szereg ciekawych obserwacji związanych z zachowaniem się prawdopodobieństwa łamania LHR w zależności od ilości elementów tworzących układ , czyli od N , a także ilości obserwabli mierzonych w poszczególnych częściach układu. Przeanalizowano kilkadziesiąt małych układów tego typu wraz z różnymi ,szczegółowymi scenariuszami pomiarów lokalnych obserwabli i zaobserwowano , na bazie analizy numerycznej przez użycie silnika STEAM-ROLLER2 szereg bardzo interesujących zachowań ,nieznanych wcześniej w literaturze. Rola silnika STEAM-ROLLER2 w tych analizach była kluczowa

Pytania jakie mi się nasunęły w związku z tymi artykułami są następujące :

Pytanie 1. Badania numeryczne zostały praktycznie ograniczone jedynie do stanów czystych. W przypadku stanów mieszanych w miejsce pytania o łamaniu nierówności Bella jako opisu przejścia "kwantowe- \rightarrow klasyczne" używa się też wielkości zwanej "discord" jako miary kwantowości która nie znika także na stanach separowalnych. Czy nie warto zbudować zatem nowego silnika do obliczania "discordu" i porównanie tej miary kwantowości stanów kwantowych z miarą opartą na łamaniu nierówności Bella?

Pytanie 2. Jak wiadomo wypukłe, nieliniowe zbiory M_0 zachowań kwantowych można zanurzyć jako podzbiór wypukły w obszar wielościenney zachowań spełniających warunki podświetlności. Wiele interesujących pytań dotyczy zadań obliczenia maksymalnych wartości korelacji Bella (dla przypadku (2,2,2) jest to pionierski wynik Tsirelsona) na zbiorach M_0 . Znane są hierarchie zadań typu SDP których wartości graniczne dają rozwiązania zadań związanych z optymalizacją na zbiorach M_0 (np. relaksacja Navascues-Pironio-Acin) . Czy nie warto by zatem rozszerzyć funkcjonalności STEAM-ROLLER 2 do zadań klasy SDP (a istnieją dostępne solvery zadań SDP (np. solver SED-MI czy też solver SDPT3) a nawet implementacje relaksacji NSA do nich) celem optymalizacji korelatorów Bella na zbiorze M_0 ?

Pytanie 3. Istnieją różne miary splątania, przynajmniej dla układów dwuczęściowych oraz wiele propozycji w przypadku układów wieloquditowych . Istnieją też miary porównujące poziom splątania za pomocą relacji określanych za pomocą pewnych scenariuszy pomiarów lokalnych, relacje typu (S)LOCC. Intuicja która mi podpowiadała że im bardziej stan kwantowy jest splątany tym bardziej jest odporny na zaszumianie jest , jak pokazują wyniki pracy GR 2 i GR4 całkowicie?? fałszywa . A może przyczyna jest nieodpowiednie zaszumianie ?jakby nie dostosowane do

konkretnego przypadku splątania- zwłaszcza w przypadku splątania wielokudytowych ?czy widać jakiegokolwiek zależności między poziomem splątania badanego stanu a wprowadzonym parametrem kwantowości!?

@3. Podsumowanie wyników i oceny końcowe.

Niewątpliwie największym osiągnięciem w złożonej dysertacji i aktywności badawczej z nią związanej Pana mgr inż. Jacka Grucy jest konstrukcja specjalistycznego narzędzia obliczeniowego (napisanego częściowo w języku C++ i częściowo w języku Ruba) służącego do badań numerycznym nad analiza zagadnień czy to związanych z samymi nierównościami typu Bella (np. wyniki publikacji GR4) czy też różnymi mechanizmami łamania nierówności korelacyjnych Bella w małych (z powodu zbyt dużej złożoności obliczeniowej) układach kuditowych. Z tym , że jedyny i dominujący mechanizm łamania nierówności Bella (określany w dysertacji jako przejście układu ze stanu kwantowego (gdzie nierówności typu Bella nie zachodzą) do stanu klasycznego określonego jako stanu w którym nierówności korelacyjne wynikające z warunków LHR Bella zachodzą) to mechanizm addytywnego , izo-tropowego zaszumiania stanu kwantowego (w zdecydowanej większości przypadków obliczenia są prezentowane dla stanów czystych)klasycznym Białym Szumem (CWN).Jedno z najbardziej tajemniczych zagadnień Teorii Kwantowej czyli przejścia "Kwantowe <--->Klasyczne" zostało wymodelowane jako proces jednoparametryczny (widzialność krytyczna) co raczej wydaje się zbyt prostym modelem dla tego typu zjawisk (w moim mniemaniu). Widać to np. w przypadku stanów mieszanych ,gdzie mimo braku splątania pewne korelacje kwantowe zwane "discordem", czy też korelacje zwane "steeringiem jednak można wyodrębnić ,nawet dla stanów separowalnych.

Pomimo , że od wielu lat są dostępne różnego rodzaju biblioteki zawierające doskonałe przygotowane (w sensie optymalnych (na dzień dzisiejszy) doborów algorytmów numerycznych i ich optymalnych implementacji do wielu platform programistycznych) narzędzia obliczeniowe adresowane do zadań typu LP to ciągle jeszcze można to i owo udoskonalać w dziedzinie Programowania Liniowego . Chociaż exponencjalnych (w ilości warunków , i tzw "worst case" przypadek) złożoności obliczeniowych znanych nam algorytmów w tym obszarze niesposób przetęmac ,to ciągle jeszcze można to i owo udoskonalić w tej dziedzinie , czego dowodem są wyniki zaprezentowane w publikacji GR3. Ponieważ wymiary przestrzeni Hilberta stanów opisywanych układów rosną exponencjalnie szybko w parametrze N = ilość quditów tworzących analizowany układ , a podobny wzrost wymiarowości powodowany jest też przez realizację scenariuszy lokalnych pomiarów z użyciem wielu obserwabli ,to biorąc pod uwagę złożoności samych metod LP musimy zredukować nasze nadzieje związane z zastosowaniem aktualnej wersji silnika STEAM-ROLLER2 do analizy czy to wyznaczania nierówności Bella czy też ich łamania do raczej małych układów (N małe i wymiary analizowanych quditów małe). W związku z powyższym wydaje się naturalne zapytać Autora :

q1: *Czy Autor rozważa możliwość napisania STEAM-ROLLERA3 , wersji przystosowanej na architektury wielordzeniowe (wielordzeniowe karty graficzne , superkomputery...)?*

Parametr z kontrolujący przejście ze stanu kwantowego (łamania nierówności LHV) do do kwantowego przez addytywne zwiększanie natężenia CWN zależy oczywiście od scenariusza pomiarów lokalnych związanego z konkretna wartością Macierzy Korelacji czyli Zachowania i dlatego aktualna jego interpretacja jako parametru kontrolującego przejście "kwantowe --> klasyczne " nie wydaje się zasadna. Częściowym rozwiązaniem tego problemu jest rozważenie w ramach dopuszczalnego zestawu (w sensie ich ilości w każdym węzle pomiarowym) wzięcia maksimum wartości widzialności krytycznej po wszystkich rozważanych scenariuszach pomiarów . I to właśnie stanowi druga część modułu obliczeniowego związanego z funkcjonowaniem silnika STEAM-ROLLER2. Obliczona w module LP wartość widzialności krytycznej jest funkcją parametrów

opisujących konkretne pomiary (parametry rozmaitości opisującej lokalne grupy unitarne $U(d)$ o wymiarach równych d^2-1 . Czyli, jeżeli mamy łącznie w grze M obserwabli to mamy zadanie optymalizacji nieliniowej, niewypukłej o wymiarowości $M*(d^2-1)$. Sytuację znacznie pogarsza fakt, że w ogólności wartości widzialności krytycznych jako funkcji parametrów obserwabli nie są na ogół różniczkowalne (jak twierdzi Autor, a co jakoś nie wydaje mi się do końca udowodnione ściśle – przytoczony argument w dysertacji nie przekonuje mnie o tym). Z powodu nieróżniczkowalności funkcji celu metody gradientowe nie pracują i trzeba sięgnąć po algorytmy nieliniowej, niewypukłej optymalizacji wielowymiarowej z nieróżniczkowalną funkcją celu. Wybór Autora padł na metodę Nelder-Mead, znana też pod nazwą metoda DSM. Ale, jak wiadomo procedury obliczeniowe wykonanie na bazie metody DSM nie gwarantują ani osiągnięcia minimum, a w razie jego osiągnięcia nie gwarantują że osiągnięte zostało minimum globalne. To, że w wielu przykładach analizowanych w materiale rozprawy, przykładach gdzie problem jest obliczalny analitycznie uzyskano wyniki zgodne z tymi obliczeniami, oczywiście nie gwarantuje tego, że w każdym przypadku analizowanym w oparciu o zastosowanie silnika STEAM-Rollera 2 otrzymane wyniki są poprawne!!.

q2: *A dlaczego Autor nie rozważył możliwości użycia jakiejś wersji Algorytmu Genetycznego w miejsce nie do końca kontrolowalnej i nie gwarantującej uzyskania globalnego minimum metody DownHill Simplex Method?*

@4. Końcowe konkluzje :

Konstrukcja specjalistycznego silnika STEAM-ROLLERA2 wymagała od jego głównego konstruktora, Pana mgr inż. Jacka Grudy zaawansowanej wiedzy i umiejętności z klasycznej informatyki, w tym:

- biegłości w programowaniu w różnych środowiskach programistycznych,
- znajomości podstaw (klasycznej) teorii złożoności obliczeniowej
- głębokiej znajomości zagadnień Programowania Liniowego
- znajomości podstaw Teorii Optymalizacji Nieliniowej

oraz

-solidnej wiedzy w dziedzinie Informatyki Kwantowej,

w tym:

- podstaw teorii splątania układów wielokubitowych
- głębokiej wiedzy na temat korelacji kwantowych, w szczególności tzw. nierówności korelacyjnych Bella.

Ale to, co się wydaje największym sukcesem Pana mgr inż. Jacka Grudy to bardzo udane i bardzo owocne zastosowanie skonstruowanego przez niego silnika STEAM-ROLLERA2 od przeprowadzenia, wraz z kilkunastoma innymi badaczami bardzo skomplikowanych obliczeń numerycznych, w oparciu o które sformułowano w zamieszczonych publikacjach szereg bardzo interesujących wyników naukowych penetrujących rzeczywiste podstawy Informatyki Kwantowej.

Podsumowane powyżej osiągnięcia naukowe pana mgr inż. Jacka Grudy idą naprzeciw ogólnym wymaganiom (opublikowanych w stosownych ustawach o stopniach naukowych i stosownych

Zielona Góra , 12.06.2019

rozporządzeniach Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z tym związanych) i spełniają z wszystkie warunki konieczne do rozpoczęcia części końcowej procedury uzyskania stopnia naukowego doktora czyli dopuszczenia recenzowanej rozprawy doktorskiej do jej publicznej obrony.

W przypadku pozytywnego wyniku obrony publicznej przedstawionych w rozprawie doktorskiej o której mowa ,tez i wyników z pełnym przekonaniem poprę wnioszek stosownej Komisji ds. spraw tego przewodu doktorskiego o nadanie Panu mgr Jackowi Grucy stopnia doktora w dyscyplinie informatyka techniczna i telekomunikacja .

prof. dr hab. Roman Gielerak

Instytut Sterowania i Systemów Informatycznych

Wydział Informatyki , Elektrotechniki i Automatyki

Uniwersytet Zielonogórski

Zielona Góra , 12.06.2019